

Primeira Lista

Int. a Teoria dos Números

- Dados a e b ache $d := \text{mdc}(a, b)$ e x, y tais que $d = xa + yb$.
 - $a = 299, b = 161$.
 - $a = 435, b = 232$.
 - $a = 101, b = 33$.
 - $a = 145, b = 48$.
- Suponha que $2^n + 1$ é primo. Prove que n é uma potência de dois.
- Prove que para todo $n \geq 6$ composto $n | (n-1)!$.
- Prove que $n+1$ divide $\binom{2n}{n}$.
- Ache todos os inteiros n tais que $2^{n-1} | n!$.
- Prove que existem infinitos primos da forma $4k+3$.
- Sejam a e b inteiros positivos primos entre si. Prove que se $n \geq (a-1)(b-1)$ então existem x, y inteiros não negativos tais que $n = xa + yb$. Mostre também que $(a-1)(b-1) - 1$ não pode ser escrito dessa maneira.
- Ache todas as soluções inteiras de $x^2 + 2y^2 = z^2$.
- Sejam x e y inteiros positivos tais que xy divide $x^2 + y^2 + 1$. Mostre que

$$\frac{x^2 + y^2 + 1}{xy} = 3.$$