

Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada
Prova de Geometria Computacional – 29/05/2007
Duração: 2 horas

O resultado de qualquer item, mesmo não resolvido, pode ser utilizado nos demais. Justifique todas as suas respostas. Todos os itens têm o mesmo valor.

1. Seja $S = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ um conjunto de n pontos no plano. A *profundidade convexa* de um ponto p_i de S é o número de camadas convexas que devem ser removidas de S até que p_i esteja na fronteira do fecho convexo. Considere o problema de calcular a profundidade convexa de todos os pontos de S .

- (a) Prove que esse problema tem complexidade $\Omega(n \log n)$.
- (b) Adapte o algoritmo de Jarvis para resolver o problema.
- (c) Prove que esse algoritmo leva tempo $O(n^2)$ no pior caso.
- (d) Pode-se concluir de (a) e (c) que esse algoritmo não é ótimo?

2. Seja S um conjunto de n pontos no plano. Sabe-se que o fecho convexo de S é um triângulo, mas não se conhecem os três vértices. Descreva um algoritmo simples que calcule o fecho convexo de S em tempo $O(n)$.

3. Considere os pontos $A = (0,0)$, $B = (2,2)$, $C = (2,5)$, $D = (3,1)$, $E = (5,0)$.

- (a) Encontre o diagrama de Delaunay de $S = \{A, B, C, D, E\}$.
- (b) Forneça a estrutura topológica completa do diagrama de Delaunay de S .
- (c) Esboce o diagrama de Voronoi de S .

