Instituto de Matemática Pura e Aplicada Algorimtos — 2023

Trabalho 8 - Grafos Dirigidos

Emissão: 7 de Novembro de 2023 Entrega: 14 de Novembro de 2023

Leitura: Sedgewick e Wayne, 4.2.

1 Propriedades de grafos

Responda (por escrito) as perguntas a seguir. Estas não devem fazer parte da sua apresentação, e devem ser entregues separadamente.

- (a) Na última lista, definimos a distância d(u,v) entre dois nós u e v em um grafo não-dirigido como o tamanho do menor caminho entre estes dois nós, caso estes nós sejam conectados. Caso eles não sejam, definimos $d(u,v) = +\infty$. Provamos que esta distância é uma métrica seguindo as propriedades definindo uma métrica. Considere agora o caso em que o grafo é dirigido. Esta ainda é uma métrica? Prove ou indique um contra-exemplo.
- (b) Considere o seguinte algoritmo para realizar ordenação topológica em um grafo dirigido acíclico (DAG): Use uma busca em profundidade, partindo de um vértice fonte v e ordene os vértices segundo a profundidade deles com relação a v. Use um contra-exemplo para mostrar que este algoritmo não necessariamente construirá uma ordenação topológica.
- (c) Deixe G ser um grafo dirigido e C ser uma componente fortemente conexa deste grafo dirigido. Deixe v ser um vértice em G que não está em C, e assuma que há uma aresta em G apontando de algum vértice w em C para v. Mostre que v aparece antes de todos os outros vértices em C na pós-ordem reversa de G^R , onde G^R é o grafo reverso de G.

2 Ordenação Topológica

Implemente um algoritmo para formar a ordenação topológica de um grafo dirigido acíclico. Este algoritmo, sua implementação, e os resultados obtidos devem ser a primeira parte da sua apresentação.

3 Conectividade Forte

Implemente o algoritmo de Kosaraju-Sharir para detectar as componentes fortemente conexas em um grafo dirigido. Este algoritmo, sua implementação, e os resultados obtidos devem ser a segunda parte da sua apresentação.