

Emissão: 24 de Outubro de 2023

Entrega: 31 de Outubro de 2023

Leitura: Sedgewick e Wayne, 4.1. Tardos e Kleinberg, 3.1 a 3.4.

---

Para seu trabalho desta semana, você explorará uma base de dados disponível publicamente da Agência Nacional de Aviação Civil (ANAC). Esta base indica voos registrados pela ANAC entre Janeiro de 2015 e Agosto de 2017. Você pode encontrar esta base no link abaixo:

<https://www.kaggle.com/datasets/ramirobentes/flights-in-brazil/data>

Para esta base, definiremos que duas cidades A e B estão conectados se há um voo onde A é a cidade de origem e B é a cidade de destino ou se há um voo onde B é a cidade de origem e A é a cidade de destino no período em questão segundo a base acima. Não nos preocuparemos com a direção ou a duração dos voos por enquanto. Seu objetivo será representar estas bases como grafos não-dirigidos, e responder perguntas sobre estes mesmos grafos.

## 1 Representando um problema com grafos

Represente as cidades que tiveram voos na tabela anterior por meio de uma estrutura de grafo não-direcionado baseada na propriedade descrita anteriormente: Duas cidades A e B estão conectadas se há um voo onde A é a cidade de origem e B é a cidade de destino ou se há um voo onde B é a cidade de origem e A é a cidade de destino no período em questão.

Responda as seguintes perguntas usando propriedades de grafos. Para cada uma delas, explique o que está sendo avaliado quando consideramos a representação por um grafo. A explicação da representação como um grafo e as respostas das perguntas a seguir devem ser a primeira parte (sucinta) da sua apresentação.

- (a) Houve no período em questão algum voo entre Recife e Natal?
- (b) Houve no período em questão algum voo entre Recife e Paris?
- (c) Você quer tirar cinco dias de férias em alguma cidade que você consiga chegar com um voo direto saindo do Rio de Janeiro. Quantas são as cidades que você poderia ir?
- (d) De qual cidade você consegue ir a mais cidades com um voo direto?

## 2 Propriedades de grafos

Responda (por escrito) as perguntas a seguir. Estas não devem fazer parte da sua apresentação, e devem ser entregues separadamente.

- (a) Defina a distância  $d(u, v)$  entre dois nós  $u$  e  $v$  em um grafo não-direcionado como o tamanho do menor caminho entre estes dois nós, caso estes nós sejam conectados. Caso eles não sejam, defina  $d(u, v) = +\infty$ . Mostre que a medida de distância  $d$  é uma métrica, provando que ela satisfaz as seguintes propriedades:
- Para todo nó  $u$ ,  $d(u, u) = 0$ .
  - Para todo nó  $u$  e nó  $v$ , se  $u \neq v$ , então  $d(u, v) > 0$ .
  - A distância é simétrica. Em outras palavras, para todos os nós  $u$  e  $v$ , temos igualdade nas distâncias  $d(u, v) = d(v, u)$ .
  - Para todos nós  $u$ ,  $v$  e  $w$ , temos a desigualdade triangular:

$$d(u, v) \leq d(u, w) + d(w, v)$$

- (b) Defina uma árvore como um grafo acíclico e conectado. Deixe  $m$  denotar o número de arestas do grafo e  $n$  denotar seu número de vértices. Mostre que  $m = n - 1$ .

### 3 Buscas em grafos

Implemente as soluções das perguntas a seguir. Suas respostas devem ser a parte principal da sua apresentação.

- Usando uma busca em **profundidade**, responda a pergunta a seguir: é possível chegar de qualquer aeroporto a qualquer aeroporto?
- Usando uma busca em **largura**, responda a pergunta a seguir: qual o menor número de escalas possível para ir de Roma a Fernando de Noronha?
- Realize uma comparação entre a performance dos algoritmos de busca anteriores em grafos genéricos (não necessariamente os dados da ANAC) como uma função do número de nós do grafo  $n$  e do número de arestas do grafo  $m$ .